



Sesiunea I, iulie 2018

1

Se consideră punctele $A(2, 3)$ și $B(4, 5)$. Mediatoarea segmentului $[AB]$ are ecuația:

- A $2x - y = 2$ B $2x + y = 10$ C $x + 2y = 11$ D $-x + y = 1$ E $x + y = 7$

2

Se consideră sirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n \geq 0}$, $a_0 = 1$, $a_1 = a$, $a_{n+1}^3 = a_n^2 a_{n-1}$, $n \geq 1$. Valoarea lui a pentru care $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 8$ este:

- A 2 B 16 C 8 D 32 E 4

Se consideră polinomul $P = X^{20} + X^{10} + X^5 + 2$, având rădăcinile $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$. Notăm cu R restul împărțirii polinomului P prin $X^3 + X$.

3

$P(i)$ este: A $2+i$ B $1+i$ C 2 D i E 0

4

R este: A $2 + X + X^2$ B $2 + X$ C $2 + X - X^2$ D X E 1

5

$\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{x_k - x_k^2}$ este: A $\frac{15}{2}$ B 5 C 6 D 8 E 7

Pe intervalul $(-1, 1)$ se definește legea de compozitie $*$ prin $x * y = \frac{2xy + 3(x + y) + 2}{3xy + 2(x + y) + 3}$, $x, y \in (-1, 1)$.

6

Elementul neutru al legii $*$ este: A 0 B $\frac{2}{3}$ C $-\frac{2}{3}$ D $\frac{1}{3}$ E $-\frac{1}{3}$

7

Dacă funcția $f : (-1, 1) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = a \frac{1-x}{1+x}$ verifică relația $f(x * y) = f(x)f(y)$, $\forall x, y \in (-1, 1)$, atunci a este:

- A $-\frac{2}{3}$ B $\frac{2}{3}$ C $-\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{5}$ E $-\frac{1}{5}$

8

Numărul soluțiilor ecuației $\underbrace{x * x * \dots * x}_{x \text{ de } 10 \text{ ori}} = \frac{1}{10}$ este:

- A 2 B 0 C 1 D 10 E 5



Calculați:

9 $\int_1^5 \frac{dx}{x+3}$ [A] $\ln 2$ [B] $\ln 3$ [C] $\ln 4$ [D] $\ln 5$ [E] $\ln 8$

10 $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ [A] $\operatorname{arctg} \frac{e}{e+1}$ [B] $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$ [C] $\operatorname{arctg} \frac{e}{e^2+1}$ [D] $\ln \frac{e}{e+1}$ [E] $\ln(2e)$

11 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(4x)}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx$ [A] $\ln 2$ [B] $\pi \ln 4$ [C] $\pi \ln 8$ [D] $\ln \left(\frac{\pi}{4}\right)$ [E] $\ln(\pi e)$

12 Fie $\{x\}$ partea fractionară a numărului x . Atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^\pi \{x\}^n dx$ este:
 [A] $\frac{\pi}{2}$ [B] 4 [C] 2 [D] π [E] 3

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + ax$, unde a este un parametru real.

13 $f'(0)$ este: [A] $1+a$ [B] a [C] $1-a$ [D] 1 [E] 0

14 Graficul lui f este tangent axei Ox dacă:
 [A] $a = 2$ [B] $a = -1$ [C] $a = 1$ [D] $a = 0$ [E] $a = 3$

15 Pentru $a = -3$ numărul punctelor de extrem local ale funcției $g(x) = |f(x)|$, $x \in \mathbb{R}$, este:
 [A] 4 [B] 1 [C] 2 [D] 3 [E] 5

16 Pentru $a = 1$, $(f^{-1})'(2)$ este: [A] $1/2$ [B] $1/4$ [C] $1/3$ [D] 0 [E] $+\infty$

17 $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}} \cdot \sin x$ este: [A] nu există [B] 0 [C] ∞ [D] $-\infty$ [E] 1

18 Dacă $\lg 5 = a$ și $\lg 6 = b$, atunci $\log_3 2$ este:
 [A] $\frac{1+a}{a+b+1}$ [B] $\frac{1+a}{a-b+1}$ [C] $\frac{1-a}{a+b+1}$ [D] $\frac{1-a}{a+b-1}$ [E] $\frac{1-a}{b-1}$



Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și fie $A^n = \begin{pmatrix} x_n & -y_n \\ y_n & x_n \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Notăm $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

19 $2A - A^2$ este: (A) $A + I_2$ (B) I_2 (C) $2I_2$ (D) O_2 (E) $A - I_2$

20 A^{48} este: (A) O_2 (B) $2^{12}I_2$ (C) $2^{48}I_2$ (D) $2^{48}A$ (E) $2^{24}I_2$

21 $\frac{x_{10}^2 + y_{10}^2}{x_8^2 + y_8^2}$ este: (A) 16 (B) 2 (C) 8 (D) 4 (E) 1

22 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \cdot 9^x + 5^x + 4}{9^{x+1} - 5^x + 2^x}$ este: (A) $\frac{2}{9}$ (B) 2 (C) 1 (D) $\frac{1}{9}$ (E) $+\infty$

23 Dacă $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, $\alpha^3 = 1$, atunci $(1 + \alpha)(1 + \alpha^2)(1 + \alpha^3)(1 + \alpha^4)(1 + \alpha^5)(1 + \alpha^6)$ este: (A) 64 (B) 0 (C) 16 (D) 4 (E) $8i$

24 Dacă $x, y \in \mathbb{R}$ verifică relația $2 \lg(x - 2y) = \lg x + \lg y$, atunci multimea valorilor expresiei $\frac{x}{y}$ este: (A) $\{4\}$ (B) $\{1\}$ (C) $\{1, 4\}$ (D) $\{1, 2, 4\}$ (E) \emptyset

25 Perechea $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ pentru care $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 2} - ax - b) = 0$ este: (A) $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ (B) $(-2, -1)$ (C) $(-2, -2)$ (D) $(2, -2)$ (E) $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$

26 Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \frac{3}{5}$, atunci $\sin x$ este: (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $-\frac{4}{5}$ (D) 1 (E) $-\frac{3}{4}$

Se consideră ecuația: $\cos^3 x \cdot \sin x - \sin^3 x \cdot \cos x = m$, $m \in \mathbb{R}$.

27 Ecuația admite soluția $x = \frac{\pi}{2}$ pentru:

(A) $m = \frac{1}{4}$ (B) $m = 1$ (C) $m = 0$ (D) $m = -1$ (E) $m = -\frac{1}{4}$

28 Ecuația are soluție dacă și numai dacă m aparține intervalului:

(A) $[-1, 1]$ (B) $[-4, 4]$ (C) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ (D) $\left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right]$ (E) $[-2, 2]$



Se consideră în plan punctul $A(0, -1)$, dreptele $d_1: x - y + 1 = 0$, $d_2: 2x - y = 0$ și punctele $B \in d_1$, $C \in d_2$, astfel încât d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC .

29

Intersecția dreptelor d_1 și d_2 are coordonatele:

- [A] $(-1, 2)$ [B] $(2, 3)$ [C] $(1, 2)$ [D] $(-1, 0)$ [E] $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$

30

Punctul B are coordonatele:

- [A] $(3, 6)$ [B] $(0, 1)$ [C] $(1, 2)$ [D] $(-1, 0)$ [E] $(-2, -1)$